

Нэгж хичээлийн төлөвлөлт

Сэдэв: . Вектор

Хамрах хүрээ: 11-р анги

Судлах цаг:8 цаг

Зорилго:

Зорилт:

Агуулгын залгамж холбоо:

• өмнө	одоо	цаашид
<ul style="list-style-type: none"> • Хэрчмийн урт, дундаж цэг олох • Өгсөн 2 цэгийг дайрсан шулууны налалт, тэгшилтгэл /3 янз/ • Хавтгай дахь векторыг дүрслэх, тэмдэглэгээ, урт, векторыг нэмэх, хасах, тоогоор үржүүлэх • Векторуудын скаляр үржвэр • Векторууд колл ба перп байх нөхцөлийг мэдэх 	<ul style="list-style-type: none"> • Хэрчмийн төсгөлийн цэг өгөгдсөн үед түүний урт, налалт, дундаж цэг олох • Өгсөн нөхцөлд /налалт, 2 цэг өгөгдсөн/ шулууны тэгшитгэл олох • Налалтаар шулууны параллель байхын таних • Шулууны тэгшитгэлийг тайлбарлах • Огторгуйн координатын систем, цэгийн зоординатыг ойлгох, дүрс биетийг ОКС-д байгуулах 	<ul style="list-style-type: none"> • Векторын стандарт тэмдэглэгээ /2 ба 3 хэмжээст/ • Векторуудын нийлбэр, ялгавар, тоогоор үржүүлэх үйлдлийн геометр дүрслэл, ялгааг тайлбарлах • Нэгж, тэнцүү вектор, векторуудын харилцан байршлыг мэдэх • Векторын урт, скаляр үржвэр /3 хэмжээс/

Нэгж хичээлийн цаг хуваарилалт:

Дугаар	Сэдэв	Цаг	Мэдлэг, Чадвар
1	<i>Огторгуй дахь векторын ухагдахуун</i>	1	
2	<i>Огторгуй дахь векторын үйлдэл</i>	1	

3	Огторгуй дахь векторын координат	1	
4	Хоёр векторын коллинеир байх нөхцөл	1	
5	Бүлгийн нэмэлт даалгавар	2	

Үнэлгээ:

Суралцагчдын эзэмшсэн цогц чадамжийн болон мэдлэг, чадварын төлөвшлийг доорх шалгуур үзүүлэлтэд баримжаалан боловсруулсан үнэлгээний даалгавраар хэмжээсжүүлж нэгж хичээлийн төгсгөлд үнэлнэ. Мөн сурагчдын энэ нэгж хичээлд бодс

Үнэлгээний шалгуур:

Вектор сэдвийн үнэлгээний даалгавар

- $\vec{r} = (1, 4, 6)$ векторын координатын тэнхлэгүүдтэй үүсгэх өнцгийг ол.
- $\vec{r} = (1, 4, 6)$ векторын уртыг ол.
- $\vec{a} = (1, m, 3)$, $\vec{b} = (2, 4, m)$ бол m -ийн ямар утгад энэ хоёр вектор перпендикуляр байх вэ?
- $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (2, 4, -3)$ векторуудын хоорондох өнцгийг ол.
- Векторуудын хоорондох өнцгийг олоорой.

$$\vec{a} = (3, -3, 2), \quad \vec{b} = (1, 3, -4)$$

- $A(4, -3, 4)$, $B(-3, 2, 5)$, $C(1, -7, 2)$ цэгүүд өгөгдөв. Векторуудын хоорондох өнцгийн хэмжээг ол.
- Өгсөн $\vec{a} = -4i + 2j - k$ вектортой тэнцүү, параллель векторыг олоорой.

- $\vec{b} = 4i - 2j + k$
- $\vec{c} = 8i + 4j - 2k$
- $\vec{d} = \frac{1}{4}(16i + 8j - 4k)$
- $\vec{n} = -2i - 4j + 3k$

- $\vec{a} = 8i - j - 3k$, $\vec{b} = 5i + 3j + 4k$ скаляр үржвэрийг олоорой.
- ABC гурвалжны оройн цэгийн координат $A(4, -2, 3)$, $B(-2, 1, 3)$, $C(4, -1, 3)$ өгөгджээ.

а. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ векторуудыг $ai + bj + ck$ хэлбэрт бич.

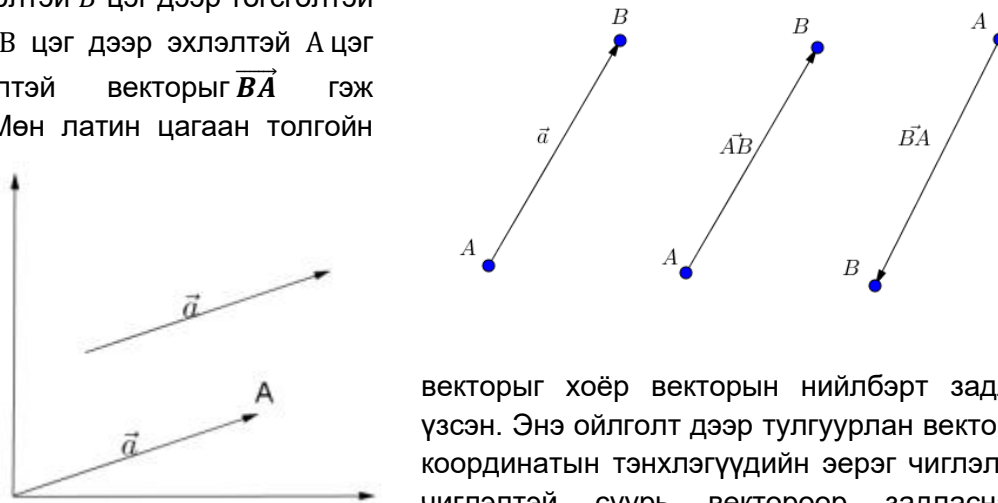
б. Гурвалжны периметрийг олоорой.

в. Гурвалжны оройн өнцгүүдийг олоорой.

Векторын стандарт тэмдэглэгээг хэрэглэх, ө.х. $(x, y), xi + yj, \vec{a}, \overrightarrow{AB}$

Векторын стандарт тэмдэглэгээг таних, хэрэглэх талаар IX-X ангиудад үзсэн болно. Иймд өмнө судалсан тэмдэглэгээг сэргээн сануулах хэрэгтэй. Үүнд

А цэг дээр эхлэлтэй В цэг дээр төгсгөлтэй векторыг \overrightarrow{AB} , В цэг дээр эхлэлтэй А цэг дээр төгсгөлтэй векторыг \overrightarrow{BA} гэж тэмдэглэдэг. Мөн латин цагаан толгойн жижиг үсгээр тэмдэглэнэ. Жишээлбэл \vec{a} гэх мэт.



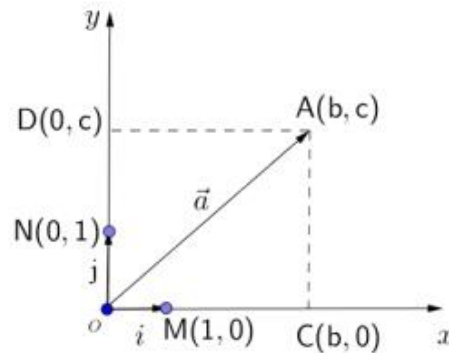
Мөн өмнөх ангид талаар

ижил $(x, y), xi + yj$
Үүнд:

векторыг хоёр векторын нийлбэрт задлах үзсэн. Энэ ойлголт дээр тулгуурлан векторыг координатын тэнхлэгүүдийн эерэг чиглэлтэй чиглэлтэй суурь вектороор задласнаар хэлбэрийн тэмдэглэгээг сэргээн сануулна.

Векторын координат:

Хавтгай дээр тэгш өнцөгт координатын систем өгөгдсөн байг. Уг хавтгай дээр \vec{a} вектор авахад $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ вектор байгуулъя. Эндээс А цэгийн координат нь \vec{a} векторын координат болно. А цэгийн координат $A(x, y)$ байвал \vec{a} векторын координат мөн (x, y) байна.



Векторыг сууриар задлах

$M(1,0), N(0,1)$ цэгүүд дээр төгсгөлтэй $i = \overrightarrow{OM}, j = \overrightarrow{ON}$ векторууд байгуулъя.

Эдгээр векторуудыг суурь вектор гэж нэрэлдэг.

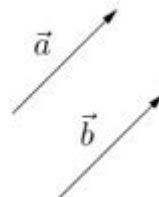
$$\overrightarrow{OC} = b \cdot \overrightarrow{OM} = b \cdot i$$

$$\overrightarrow{OD} = c \cdot \overrightarrow{ON} = c \cdot j$$

байна. Зурагаас $\vec{OA} = \vec{OC} + \vec{AC}$ болох ба $\vec{AC} = \vec{OD}$ тул $\vec{OA} = \vec{OC} + \vec{OD}$ байна. Иймд $\vec{OA} = b \cdot \vec{i} + c \cdot \vec{j}$ хэлбэрт бичиж болно. Энэ задаргааны коэффициент b, c -ийг \vec{a} векторын координат гэж нэрлээд $\vec{a} = (b, c)$ гэж тэмдэглэдэг.

Тэнцүү вектор

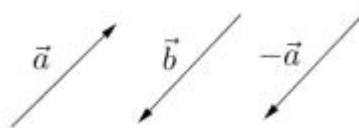
Хоёр векторын хэмжээ болон чиглэл ижил бол уг векторуудыг тэнцүү векторууд гээд $\vec{a} = \vec{b} = \begin{cases} |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ \vec{a} \text{ ба } \vec{b} \text{ векторын чиглэл ижил} \end{cases}$ гэж тэмдэглэнэ.



Эсрэг вектор

Хоёр векторын хэмжээ ижил боловч чиглэл нь эсрэг бол уг векторуудыг эсрэг векторууд гэнэ.

$$\vec{a} = -\vec{b}$$



Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

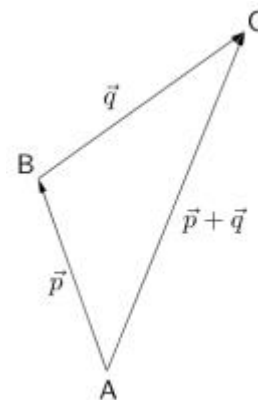
Сэдэв	Вектор түүн дээрхи үйлдэл	
Хамрах хүрээ	11-р анги	
Хугацаа	80 минут	
Зорилго	Вектор хоорондын харилцааны ухагдахууныг учир зүйн үндэсээр тайлбарлаж түүн дээр үйлдэл хийх	
Зорилт	Вектор дээр үйлдэл хийж сурах	
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,	
Сургалтын арга	харилцан ярилцах, тайлбарлан таниулах арга, урамшуулан дэмжих,	
Хичээлийн үйл явц		
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа
АЗБ-2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах,</p> <p style="text-align: center;">-20ми</p>	<p>Өмнөх хичээл дээр үзсэн мэдлэгээ ашиглаад бүгдээрээ вектор , түүн дээрхи үйлдлийг гүйцэтгэж суръя .</p> <p>Вектор , түүн дээрхи үйлдэл:</p> <p>Чиглэлтэй хэрчмийг вектор гэнэ.</p> <p>Векторыг нэмэх үйлдлийн чанарууд:</p> <p>Дурын $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторуудын хувьд</p> <p>a. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$</p> <p>b. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$</p> <p>c. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$</p>	<p>Векторын скаляр үржвэрийн чанарууд</p> <p>a. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$</p> <p>b. $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$</p> <p>c. $(\mu\vec{a})\vec{b} = \mu(\vec{a}\vec{b}) = \vec{a}(\mu\vec{b})$</p> <p>d. $\vec{0}\vec{a} = \vec{0}$</p> <p>e. $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} ^2$</p> <p>Нэг цэг дээр эхтэй 3 векторын нийлбэр нь уг 3 вектороор үүсэх параллельпипедийн диагональ вектор гэнэ. Үүнийг векторыг нэмэр параллелопипедийн дүрэм гэнэ.</p>	
<p>Бататгал - 18мин</p>	<p>Сурагчид сурах бичгийн №1-15 бодох</p>	<p>Сурагчид бие даан бодлогоо бодох</p>	<p>Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт бодогдсон байна.</p>
<p>Дүгнэлт - 1мин</p>	<p>Гэрийн даалгавар өгнө.</p> <p>Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт буссар үнэлж дүгнэнэ.</p>	<p>№15</p>	<p>Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах</p>

Векторыг нэмэх

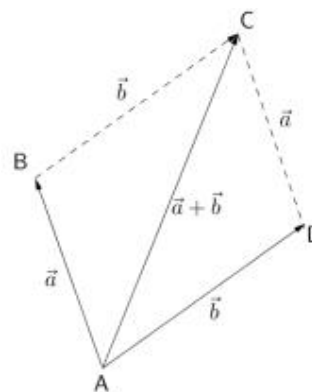
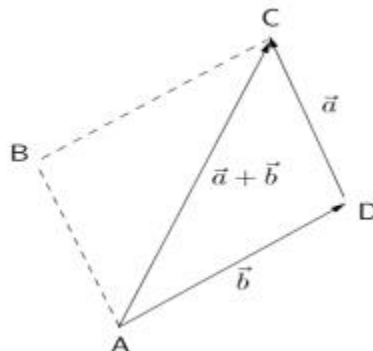
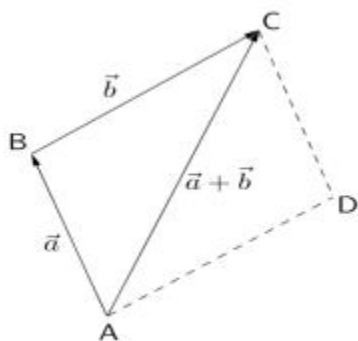
\vec{p} , \vec{q} векторууд авъя. \vec{p} векторын төгсгөл дээр эхтэй, \vec{q} вектор байгуулъя. \vec{p} векторын эхтэй, төгсгөл нь \vec{q} векторын төгсгөлтэй давхцах векторыг $\vec{p} + \vec{q}$ ба \vec{q} векторын нийлбэр гээд $\vec{p} + \vec{q}$ гэж тэмдэглэнэ. Үүнийг векторыг нэмэх гурвалжны дүрэм гэж нэрлэдэг.

Эндээс ажиглавал векторыг нэмэх гурвалжны дүрмээс ABCD параллелограммын хувьд векторын нэмэх үйлдэл гүйцэтгэж болох нь ажиглагдаж байна. Учир нь параллелограммын эсрэг талууд тэнцүү тул \vec{AB} , \vec{DC} болон \vec{BC} , \vec{AD} векторууд тэнцүү байна. $\triangle ABC$ хувьд $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ ба $\triangle ADC$ хувьд $\vec{AC} = \vec{b} + \vec{a}$ байна. Иймд $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ болох нь харагдаж байна.



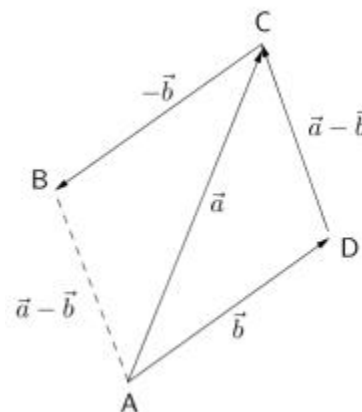
Векторыг нэмэх параллелограммын арга

Нэг цэгээс эхлэлтэй \vec{a} , \vec{b} векторуудын нийлбэр нь уг векторууд талууд болох



параллелограммын диагоналийн дээр үүсэх $\vec{a} + \vec{b}$ вектортой тэнцүү байна. Үүнийг векторыг нэмэх параллелограммын дүрэм гэнэ.

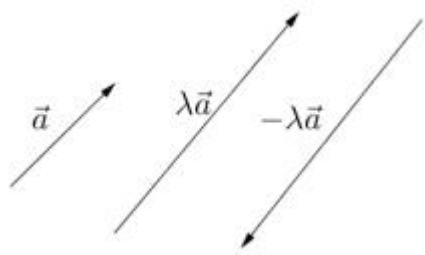
Векторын хасах үйлдэл



\vec{a} вектор дээр \vec{b} -ын эсрэг вектор $-\vec{b}$ -ыг нэмсэн нийлбэрийг

Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

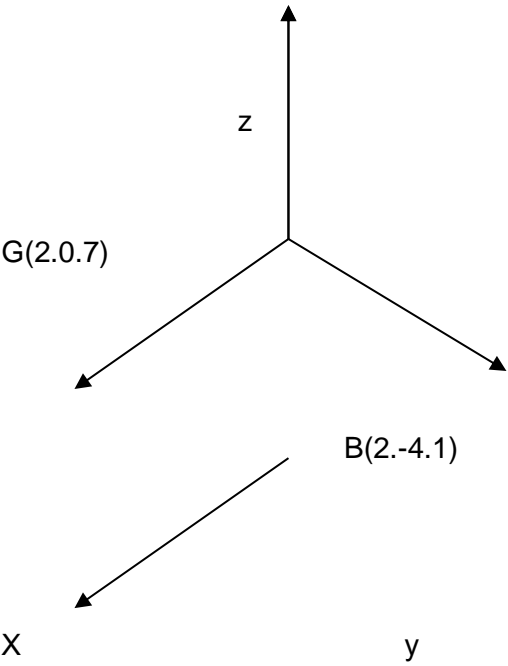
Сэдэв	Векторыг тоогоор үржүүлэх үйлдэл	
Хамрах хүрээ	11-р анги	
Хугацаа	40 минут	
Зорилго	Вектор хоорондын харилцааны ухагдахууныг учир зүйн үндэсээр тайлбарлаж түүн дээр үйлдэл хийх	
Зорилт	Вектор дээр үйлдэл хийж сурах	
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,	
Сургалтын арга	харилцан ярилцах,тайлбарлан таниулах арга,урамшуулан дэмжих,	
Хичээлийн үйл явц		
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа
АЗБ-2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах

<p>Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах, -20ми</p>	<p>Өмнөх хичээл дээр үзсэн мэдлэгээ ашиглаад бүгдээрээ вектор ,түүн дээрхи үйлдлийг гүйцэтгэж суръя .</p> <p>Вектор , түүн дээрхи үйлдэл:</p> <p>Чиглэлтэй хэрчмийг вектор гэнэ.</p> <p>Векторыг тоогоор үржүүлэх үйлдлийн чанарууд</p> <p>a. $(xy)\vec{a} = x(\vec{y}\vec{a})$</p> <p>b. $(x + y)\vec{a} = x\vec{a} + y\vec{a}$</p> <p>c. $(x + y)\vec{a} = x\vec{a} + y\vec{a}$</p> <p>d. $\vec{x}\vec{0} = \vec{0}\vec{x} = \vec{0}$</p> <p>энэхүү 4 чанарыг ашиглаад дараах бодлогыг хамтран бодъё.</p>	<p>Векторыг тоогоор үржүүлэх</p> <p>Эерэг, бодит λ тоогоор \vec{a} векторыг</p>  <p>үржүүлэхэд уг векторын урт $\lambda \vec{a}$ болох бөгөөд чиглэл өөрчлөгдөхгүй.</p> <p>Сөрөг, бодит λ тоогоор \vec{a} векторыг үржүүлэхэд уг векторын урт $\lambda \vec{a}$ болох бөгөөд чиглэл нь эсрэгээр өөрчлөгдөнө.</p>	
<p>Бататгал - 18мин</p>	<p>Сурагчид сурах бичгийн №1-15 бод</p>	<p>Сурагчид бие даан бодлогоо бодох</p>	<p>Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт бодогдсон байна.</p>
<p>Дүгнэлт - 1мин</p>	<p>Гэрийн даалгавар өгнө.</p>	<p>№14</p>	<p>Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах</p>

	Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт буссар үнэлж дүгнэнэ.		
--	---	--	--

Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

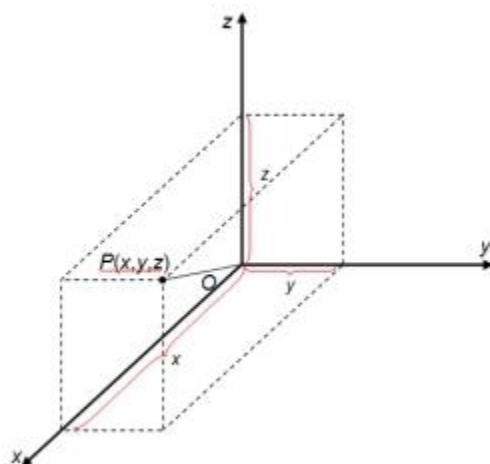
Сэдэв	Огторгуйн вектор		
Хамрах хүрээ	11-р анги		
Хугацаа	40 минут		
Зорилго	Огторгуйн векторын координатыг олох аргад суралцах		
Зорилт	Огторгуйн векторын координатыг олж сурах		
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,		
Сургалтын арга	харилцан ярилцах, тайлбарлан таниулах арга, урамшуулан дэмжих,		
Хичээлийн үйл явц			
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа	
АЗБ-2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах	

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах, -20ми</p>	<p>Өмнөх хичээл дээр үзсэн мэдлэгээ ашиглаад бүгдээрээ огторгуйд вектор ба координатыг олж сурья.</p> <p>Огторгуйн вектор ба координат</p> <p>Огторгуй дахь $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ векторын урт $\vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ гэж тодорхойлогдоно.</p>		
<p>Бататгал - 18мин</p>	<p>Тодорхойлолт</p> <p>Хүз гэсэн гурван тоон тэнхлэг тооллынхоо эхээр огтлолцох ба хос хосоороо перпендикуляр бол түүнийг огторгуйн тэгш өнцөгт координатын систем гэнэ.</p> <p>Сурагчид сурах бичгийн №17-19бодох</p>	<p>Ох ,Оу ,Oz- шулуунуудыг координатын тэнхлэгүүд гэнэ.</p> <p>О цэгийг координатын эх гэнэ.</p> <p>z-аппликат тэнхлэг</p> <p>x-абцисс тэнхлэг</p> <p>y-ординат тэнхлэг</p> <p>Сурагчид бие даан бодлогоо бодох</p>	<p>Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт бодогдсон байна.</p>

Дүгнэ лт - 1мин	<p>Гэрийн даалгавар өгнө.</p> <p>Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт буссар үнэлж дүгнэнэ.</p>	Бататгаж ирэх	Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах

Огторгуйн координатын систем

Огторгуйд цэгийн байрлалыг тодорхойлохдоо координатын эх болох O цэгт харилцан перпендикуляраар огтлолцсон гурван тэнхлэг авч үзнэ. Ox , Oy тэнхлэгтэй адилаар гурав

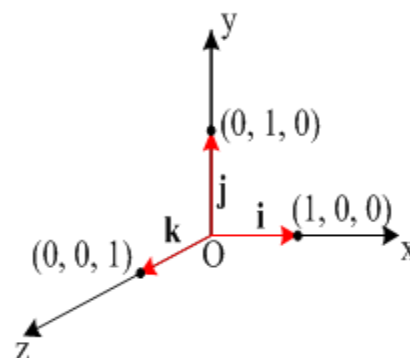


дахь тэнхлэгийг Oz гэнэ. Эдгээр нь нийлээд огторгуйн координатын систем болохыг тайлбарлаарай.

Аливаа цэг нь огторгуйн координатын системийн гурван тэнхлэгээс өгсөн зайд байрлана. Өөрөөр хэлбэл бид цэгийн байрлалыг тодорхойлоход гурван координат хэрэгтэй. Тэгвэл аливаа цэг нь (x, y, z) гэсэн координаттай байна. Энэ P цэгийн координат (x, y, z) нь \overrightarrow{OP} векторын координат болох бөгөөд $\overrightarrow{OP} = (x, y, z)$ гэж тэмдэглэнэ.

Суурь вектор

Ox тэнхлэгийн эерэг чиглэлтэй ижил чиглэлтэй нэгж урттай векторыг i



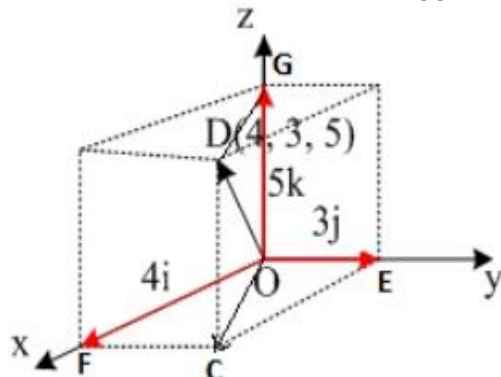
Oy тэнхлэгийн эерэг чиглэлд нэгж урттай векторыг j

Oz тэнхлэгийн эерэг чиглэлд нэгж урттай векторыг k гэж тэмдэглэе. Эдгээрийг **суурь вектор** гэж нэрлэнэ.

Дурын векторыг суурь векторуудаар задалж болно.

Жишээ: Координатын эх O цэгийг $D(4, 3, 5)$ цэгтэй холбоход үүссэн векторыг суурь векторуудаар илэрхийлье.

D цэгийн координатын тэнхлэгүүд дээрх проекцийн урт нь



Ox тэнхлэгийн эерэг чиглэлд 4 нэгж $\overrightarrow{OF} = 4i$

Oy тэнхлэгийн эерэг чиглэлд 3 нэгж $\overrightarrow{OE} = 3j$

Oz тэнхлэгийн эерэг чиглэлд 5 нэгж $\overrightarrow{OG} = 5k$ болох бөгөөд $OECF$ -д параллелограммын дүрэм ашиглавал $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE} = 4i + 3j$ болно. $OCDG$ -д уг дүрмийг ашиглавал $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OG} = 4i + 3j + 5k$ байна.

D цэгийг дурын цэг байхад хэрхэн \overrightarrow{OD} векторыг дүрслэх талаар ярилцаад, D цэгийн координат нь (x, y, z) байх үед $\overrightarrow{OD} = xi + yj + zk$ болохыг дээрх жишээ бодлогийн тусламжтай гаргана. Энэ векторыг хавтгайн векторуудыг тэмдэглэсэнтэй адилаар $\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ гэж тэмдэглэнэ.

Тэнцүү вектор

$\vec{a} = a_1i + b_1j + c_1k$ ба $\vec{b} = a_2i + b_2j + c_2k$ векторууд тэнцүү бол $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, $c_1 = c_2$ нөхцөл биелэхийг ярилцаж, хоёр векторын харгалзах координат нь тэнцүү бол тэдгээр векторууд тэнцүү гэдгийг дүгнэнэ.

Жишээ 1: Нэмэх үйлдэл

$$\vec{a} = 4i + 3j - 5k, \quad \vec{b} = 2i + 5j + k$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (4i + 3j - 5k) + (2i + 5j + k) = (4 + 2)i + (3 + 5)j + (-5 + 1)k = 6i + 8j - 4k$$

Жишээ 2: Хасах үйлдэл

$$\vec{a} = 4i + 3j - 5k, \quad \vec{b} = 2i + 5j + k$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (4i + 3j - 5k) - (2i + 5j + k) = (4 - 2)i + (3 - 5)j + (-5 - 1)k = 2i - 8j - 6k$$

Жишээ 3: Векторыг тоогоор үржүүлэх үйлдэл

$\vec{a} = a_1i + b_1j + c_1k$ вектор, λ тоо өгөгдсөн байг. Тэгвэл векторыг тоогоор үржүүлэхдээ векторын координатуудыг уг λ тоогоор харгалзан үржүүлнэ. Өөрөөр хэлбэл $\vec{c} = \vec{a} = \lambda a_1i + \lambda b_1j + \lambda c_1k$ болно.

Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

Сэдэв	Огторгуйн вектор	
Хамрах хүрээ	11-р анги	
Хугацаа	40 минут	
Зорилго	Огторгуйн векторын координатыг олох аргад суралцах	
Зорилт	Огторгуйн векторын координатыг олж сурах	
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,	
Сургалтын арга	харилцан ярилцах, тайлбарлан таниулах арга, урамшуулан дэмжих,	
Хичээлийн үйл явц		
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа
АЗБ-2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах

Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах,

-20ми

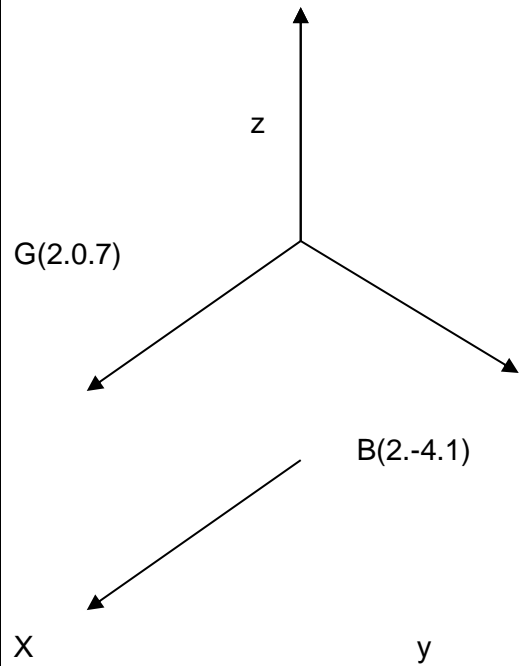
Өмнөх хичээл дээр үзсэн мэдлэгээ ашиглаад бүгдээрээ огторгуйд вектор ба координатыг олж сурья.

Огторгуйн вектор ба координат

Огторгуй дахь $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ векторын

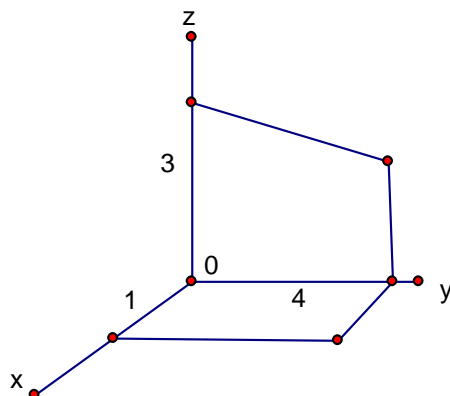
урт $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ гэж

тодорхойлогдоно.



Шинэ мэдлэг

A/ 1,4,3/ цэгийг тэгш өнцөгт координатын систем дээр байгуулъя.



огторгуйд өгөгдсөн хоёр цэгийн хоорондох зайг олъё.

$A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ цэгүүдийн хоорондох зай нь

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

байна.

Жишээ

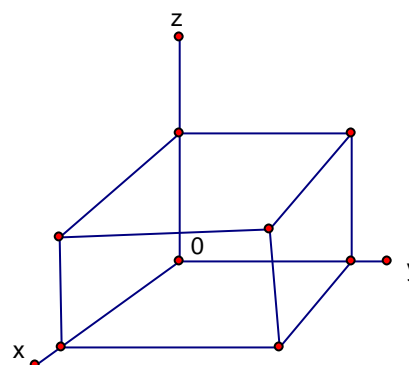
$A(0, 3)$, $B(5, 3)$, $C(1, 1)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжин өнцөгт гурвалжин мөн үү?

$$AB = \sqrt{(5-0)^2 + (3-3)^2} = 5 \quad AC = \sqrt{(1-0)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{2} \\ C = \sqrt{(1-5)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{20} \quad AB^2 = AC^2 + BC^2$$

нөхцөлийг хангах тул Пифагорын теоремоор ABC нь тэгш өнцөгт гурвалжин болно.

,4/ координаттай A_1 цэгийг Охуз хавтгай дээр байгуулаа. A_1 цэгийн дайрсан Oz тэнхлэгтэй параллель шулуун татаж A_1 -ээс дээш 3 нэгж зайтай А цэг авна.

A/ 1,4,3/ нь бидний байгуулах цэг байсан байна.

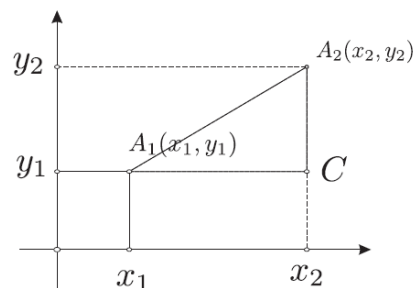


-шулуунуудыг координатын тэнхлэгүүд гэнэ

-ийн хавтгайг харгалзан хэвтээ , нүүрийн хажуугийн хавтгайнууд гэнэ.

О-г координатын эх гэнэ.

Координатын системийг гэж тэмдэглэнэ.



Бататгал - 18мин

Тодорхойлолт

Ох ,Оу ,Oz- шулуунуудыг координатын тэнхлэгүүд гэнэ.

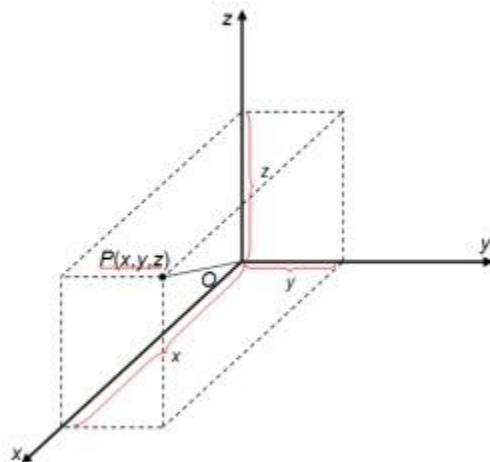
О цэгийг координатын эх гэнэ.

Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт

	<p>Хуыз гэсэн гурван тоон тэнхлэг тооллынхоо эхээр огтлолцох ба хос хосоороо перпендикуляр бол түүнийг огторгуйн тэгш өнцөгт координатын систем гэнэ.</p> <p>Сурагчид сурах бичгийн №17-19 бодох</p>	<p>z-аппликат тэнхлэг</p> <p>x-абцисс тэнхлэг</p> <p>y-ординат тэнхлэг</p> <p>Сурагчид бие даан бодлогоо бодох</p>	<p>бодогдсон байна.</p>
<p>Дүгнэ лт - 1мин</p>	<p>Гэрийн даалгавар өгнө.</p> <p>Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт буссар үнэлж дүгнэнэ.</p>	<p>Бататгаж ирэх</p>	<p>Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах</p>

Огторгуйн координатын систем

Огторгуйд цэгийн байрлалыг тодорхойлохдоо координатын эх болох O цэгт харилцан перпендикуляраар огтлолцсон гурван тэнхлэг авч үзнэ. Ox , Oy тэнхлэгтэй адилаар гурав



дахь тэнхлэгийг Oz гэнэ. Эдгээр нь нийлээд огторгуйн координатын систем болохыг тайлбарлаарай.

Аливаа цэг нь огторгуйн координатын системийн гурван тэнхлэгээс өгсөн зайд байрлана. Өөрөөр хэлбэл бид цэгийн байрлалыг тодорхойлоход гурван координат хэрэгтэй. Тэгвэл аливаа цэг нь (x, y, z) гэсэн координаттай байна. Энэ P цэгийн координат (x, y, z) нь \vec{OP} векторын координат болох бөгөөд $\vec{OP} = (x, y, z)$ гэж тэмдэглэнэ.

Суурь вектор

Ox тэнхлэгийн эерэг чиглэлтэй ижил чиглэлтэй нэгж урттай векторыг i

Oy тэнхлэгийн эерэг чиглэлд нэгж урттай векторыг j

Oz тэнхлэгийн эерэг чиглэлд нэгж урттай векторыг k гэж тэмдэглэе. Эдгээрийг **суурь вектор** гэж нэрлэнэ.

Дурын векторыг суурь векторуудаар задалж болно.

Жишээ: Координатын эх O цэгийг $D(4, 3, 5)$ цэгтэй холбоход үүссэн векторыг суурь векторуудаар илэрхийлье.

D цэгийн координатын тэнхлэгүүд дээрх проекцийн урт нь

Ox тэнхлэгийн эерэг чиглэлд 4 нэгж $\vec{OF} = 4i$

Oy тэнхлэгийн эерэг чиглэлд 3 нэгж $\vec{OE} = 3j$

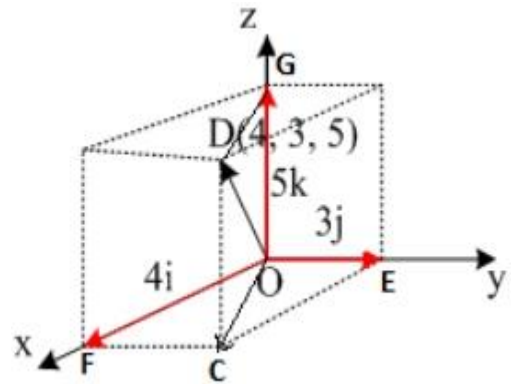
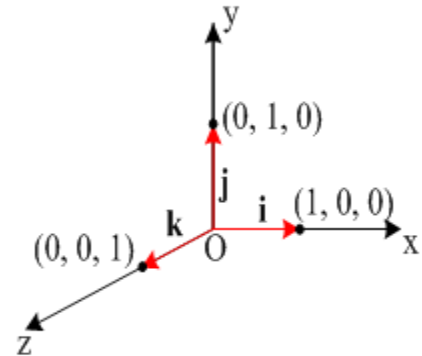
Oz тэнхлэгийн эерэг чиглэлд 5 нэгж $\vec{OG} = 5k$ болох бөгөөд $OECF$ -д параллелограммын дүрэм ашиглавал $\vec{OC} = \vec{OF} + \vec{OE} = 4i + 3j$ болно. $OC DG$ -д уг дүрмийг ашиглавал $\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{OG} = 4i + 3j + 5k$ байна.

D цэгийг дурын цэг байхад хэрхэн \vec{OD} векторыг дүрслэх талаар ярилцаад, D цэгийн координат нь (x, y, z) байх үед $\vec{OD} = xi + yj + zk$ болохыг дээрх жишээ бодлогийн тусламжтай гаргана. Энэ векторыг хавтгайн векторуудыг тэмдэглэсэнтэй адилаар $\vec{OD} = (x, y, z)$ эсвэл $\vec{OD} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ гэж тэмдэглэнэ.

Тэнцүү вектор

$\vec{a} = a_1i + b_1j + c_1k$ ба $\vec{b} = a_2i + b_2j + c_2k$ векторууд тэнцүү бол $a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2$ нөхцөл биелэхийг ярилцаж, хоёр векторын харгалзах координат нь тэнцүү бол тэдгээр векторууд тэнцүү гэдгийг дүгнэнэ.

Жишээ 1: Нэмэх үйлдэл



$$\vec{a} = 4i + 3j - 5k, \quad \vec{b} = 2i + 5j + k$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (4i + 3j - 5k) + (2i + 5j + k) = (4 + 2)i + (3 + 5)j + (-5 + 1)k = 6i + 8j - 4k$$

Жишээ 2: Хасах үйлдэл

$$\vec{a} = 4i + 3j - 5k, \quad \vec{b} = 2i + 5j + k$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (4i + 3j - 5k) - (2i + 5j + k) = (4 - 2)i + (3 - 5)j + (-5 - 1)k = 2i - 8j - 6k$$

Жишээ 3: Векторыг тоогоор үржүүлэх үйлдэл

$\vec{a} = a_1i + b_1j + c_1k$ вектор, λ тоо өгөгдсөн байг. Тэгвэл векторыг тоогоор үржүүлэхдээ векторын координатуудыг уг λ тоогоор харгалзан үржүүлнэ. Өөрөөр хэлбэл $\vec{c} = \vec{a} = \lambda a_1i + \lambda b_1j + \lambda c_1k$ болно.

Хоёр векторын параллель байх нөхцөл

$\vec{a} = \lambda \vec{b}$ нөхцөл биелэх хоёр векторыг дүрслэн байршлыг нь ажиглана. Эндээс хоёр вектор параллель байх нөхцөлийг ойлгуулна.

Жишээ 4: Өгсөн $\vec{a} = 2i + 4j - 3k$ вектортой тэнцүү, параллель векторыг ол.

А. $\vec{b} = 4i + 8j - 6k$

Б. $\vec{c} = i + 3j - 2k$

В. $\vec{d} = \frac{1}{3}(6i + 12j - 9k)$

Г. $\vec{n} = -2i - 4j + 3k$

Бодолт:

А. $\vec{b} = 4i + 8j - 6k = 2(2i + 4j - 3k) = 2\vec{a} \Rightarrow \lambda = 2, \vec{a} // \vec{b}$ байна.

Б. $\vec{c} = i + 3j - 2k$ ба $\vec{a} = 2i + 4j - 3k$ векторууд тэнцүү, параллель аль нь ч биш байна.

В. $\vec{d} = \frac{1}{3}(6i + 12j - 9k) = 2i + 4j - 3k$ буюу $\vec{d} = \vec{a} = 2i + 4j - 3k$ вектортой тэнцүү вектор байна.

Г. $\vec{n} = -2i - 4j + 3k = -(2i + 4j - 3k) = -\vec{a}$ буюу эсрэг вектор байна.

Жишээ 5: ABC гурвалжны оройн цэгийн координат $A(2, -1, 4)$, $B(-1, 6, 2)$, $C(3, -2, 5)$ өгөгджээ. \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} векторуудыг суурь векторуудаар задалж бич. ABC гурвалжны периметрийг ол.

$$\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB}$$

$$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}$$

$$\overline{AB} = (3i - 2j + 5k) - (2i - j + 4k) = i - j + k$$

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \overline{OC} - \overline{OB} = (2i - j + 4k) - (i + 6j + 2k) \\ &= 3i - 7j + 2k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{CA} &= \overline{OA} - \overline{OC} = (2i - j + 4k) - (-i + 6j + 2k) \\ &= 3i - 7j + 2k \end{aligned}$$

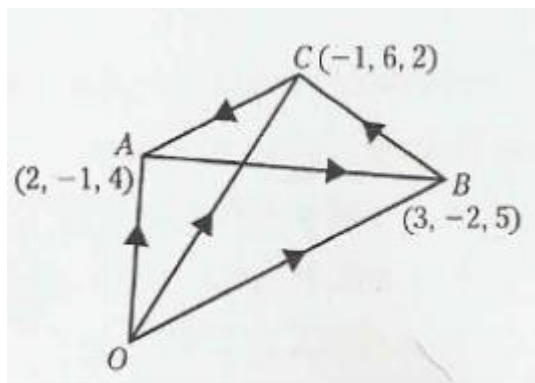
$$\overline{CA} = \overline{OA} - \overline{OC} = (2i - j + 4k) - (-i + 6j + 2k) = 3i - 7j + 2k$$

$$AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{3}$$

$$BC = |\overline{BC}| = \sqrt{(-4)^2 + (8)^2 + (-3)^2} = \sqrt{89}$$

$$CA = |\overline{CA}| = \sqrt{(3)^2 + (-7)^2 + (2)^2} = \sqrt{62}$$

$$p = \sqrt{3} + \sqrt{89} + \sqrt{62} \text{ байна.}$$



Ашиглах материал: <https://www.tes.com/teaching-resource/vector-geometry-6419980>

Явцын үнэлгээ: 9 цэгийн геосамбар дээр хэчнээн ялгаатай нэгж вектор дүрсэлж болох вэ?

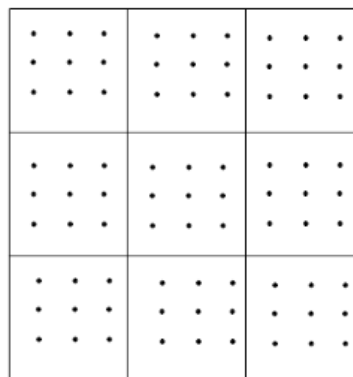
Мөн хэчнээн ялгаатай вектор дүрсэлж болох вэ? гэсэн асуултаар явцын үнэлгээ хийж векторын талаарх ойлголтыг нь сэргээнэ. Энэ даалгавраар сурагчдын эргэлзээ ажиглагдах бөгөөд ялгаатай байдал нь тодорно. Тэнцүү векторуудыг ялгаатай гэж тоолох гэх мэт алдаа гаргаж болзошгүй юм. Мөн эсрэг векторын талаарх ойлголтоо цэгцлэх сайн талуудтай. Багш та сайн ажиглаж буруу ойлголттой сурагчдын алдааг засах чиглэлд ажиллаарай.

Жишээ:

а. 9 цэгийн геосамбар дээр хэчнээн ялгаатай вектор дүрсэлж болох вэ? Сурагчдаар дүрслүүлнэ.

б. Эсрэг векторыг хэчнээн ялгаатай дүрсэлж болох вэ?

в. \vec{a} , $2\vec{a}$ векторыг хэчнээн ялгаатай дүрсэлж болох вэ?

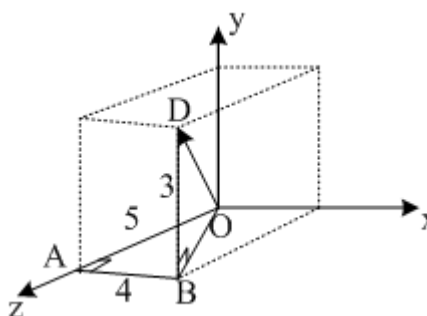




Бинго тоглоом: 3x3 хүснэгт зурах. Хүснэгтийн нүд бүрд 9 цэгийн геосамбар зурах

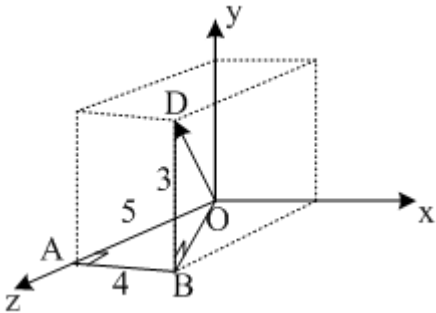
а. 9 цэгийн геосамбар бүрд дурын вектор дүрслэх даалгавар өгнө.

б. Багш векторын координатыг хэлэхэд уг координаттай вектор дүрсэлсэн сурагч уг вектороо дарах. Ийм байдлаар хамгийн олон вектор дарсан сурагч бинго гэж хэлнэ. Олон бинго олсон сурагч ялагч болно.



Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

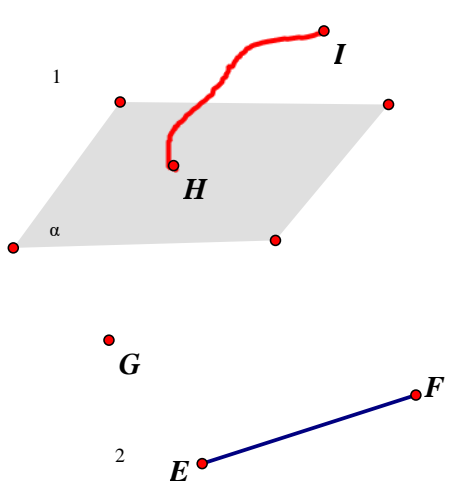
Сэдэв	Векторын үйллэл	
Хамрах хүрээ	11-р анги	
Хугацаа	40 минут	
Зорилго	Огторгуйн координатын систем дэх хоёр цэгийн хоорондох зайг олох аргад суралцах	
Зорилт	Огторгуйн координатын систем дэх хоёр цэгийн хоорондох зайг олох	
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,	
Сургалтын арга	харилцан ярилцах, тайлбарлан таниулах арга, урамшуулан дэмжих,	
Хичээлийн үйл явц		
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа
АЗБ-2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах,</p>	<p style="text-align: center;">-20ми</p> $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3) \Rightarrow$ $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$ <p>Чанар биелэнэ. өөрөөр хэлбэл координатаараа өгөгдсөн векторын координатыг харгалзан нэмнэ.</p> <p>Баталгаа нь хавтгайн геометрийн баталгаатай ижил байдаг.</p>	<p>Бодлого</p> $\vec{a} = (1, -1, 2)$ $\vec{b} = (0, 2, 1) \Rightarrow$ $2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(1, -1, 2) + 3(0, 2, 1)$ $= (2, 4, 7)$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Шинэ мэдлэг</p>	<p>Векторын уртыг олох</p> <p>Векторын уртыг олохоос өмнө Пифагорын теоремыг сэргээн сануулах хэрэгтэй. Дараа нь $\vec{OD} = 4i + 3j + 5k$ векторын уртыг хэрхэн олох асуудал дэвшүүлээд, зурагт үзүүлсэн векторын уртыг Пифагорын теоремыг хоёр удаа хэрэглэж олно. Иймд</p> $OB^2 = AO^2 + AB^2 = 5^2 + 4^2$ $OD^2 = OB^2 + BD^2 = 5^2 + 4^2 + 3^2$ $OD^2 = \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ <p>Эндээс дурын $\vec{OD} = xi + yj + zk$ векторын хувьд $OD = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ болно.</p> 	

Бататгал - 18мин	Сурагчид сурах бичгийн №20-26 бодох	Сурагчид бие даан бодлогоо бодох	Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт бодогдсон байна.
Дүгнэлт - 1мин	Гэрийн даалгавар өгнө. Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт буссар үнэлж дүгнэнэ.	№20-26	Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах

Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

Сэдэв	Коллинеар ба компланар векторууд		
Хамрах хүрээ	11-р анги		
Хугацаа	40 минут		
Зорилго	Коллинеар ба компланар векторуудыг таних		
Зорилт	Коллинеар ба компланар векторуудыг ашиглан дасгал ажиллах		
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,		
Сургалтын арга	харилцан ярилцах, тайлбарлан таниулах арга, урамшуулан дэмжих,		
Хичээлийн үйл явц			
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа	
АЗБ-2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах	

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах, -20ми</p>	<p>Коллинеар ба компланар вектор</p> <p>Тодорхойлолт : Паралель буюу нэг шулуунууд дээр орших хоёр векторыг Коллинеар векторууд гэх ба $\vec{a} // \vec{b}$ гэж тэмдэглэнэ.</p> <p>Тодорхойлолт :Нэг хавтгайд орших гурав буюу түүнээс олон векторыг компаланар векторууд гэнэ.</p>		
	<p>Огторгуйн вектор ба координат</p> <p>Огторгуй дахь $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ векторын урт $\vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ гэж тодорхойлогдоно</p>	<p>Коллинеар ба компланар вектор</p> <p>Тодорхойлолт : Паралель буюу нэг шулуунууд дээр орших хоёр векторыг Коллинеар векторууд гэх ба $\vec{a} // \vec{b}$ гэж тэмдэглэнэ.</p> <p>Тодорхойлолт :Нэг хавтгайд орших гурав буюу түүнээс олон векторыг компаланар векторууд гэнэ.</p>	
<p>Бататгал - 18мин</p>	<p>Сурагчид өөрийн ойлгоогүй зүйлээ цаг тухай бүрт нь багшаас асууж лавлах хэрэгтэй .</p> <p>Сурагчид сурах бичгийн №27-40бодох</p>	<p>Сурагчид бие даан бодлогоо бодо</p> <p>Бодлогоо түрүүлж бодсон сурагчийг багш сурагч багшаар томилно.</p>	<p>Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт бодогдсон байна.</p>

Дүгнэ лт - 1мин	Гэрийн даалгавар өгнө. Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт буссар үнэлж дүгнэнэ.	Хичээлээ давтаж ирэх 27-40	Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах

Ээлжит хичээлийн төлөвлөлт

Сэдэв	Огторгуй дахь векторын скаляр үржвэр		
Хамрах хүрээ	11-р анги		
Хугацаа	40 минут		
Зорилго	Огторгуй дах векторын скаляр үржвэрийг олох аргад суралцах		
Зорилт	Огторгуй дах векторын скаляр үржвэрийг олж дасгал бодлого ажиллах		
Сургалтын хэлбэр	анги нийтээр ,хосоор		
Сургалтын арга	харилцан ярилцах,тайлбарлан таниулах арга,урамшуулан дэмжих,		
Хичээлийн үйл явц			
Үе шат	Багшийн үйл ажиллагаа	Сурагчийн үйл ажиллагаа	
АЗБ- 2мин	Мэндлэх, ирц бүртгэх	Мэндлэх, хичээлийн бэлтгэл хангах	

Өмнөх мэдлэгийг сэргээн сануулах,

-20ми

Өнөөдөр бүгдээрээ Огторгуй дах векторын скаляр үржвэрийг олох аргад суралцана.

Та нар өмнөх хичээл дээр вектор , огторгуйн векторууд үзсэн

Тэгвэл огторгуйн векторууд яаж тодорхойлогддог вэ?

Тэгвэл одоо \vec{a} \vec{b} векторууд ын скаляр үржвэрийг яаж олдог болохыг үзье.

\vec{a} \vec{b} векторын скаляр үржвэр гэдэг нь

$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3) = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

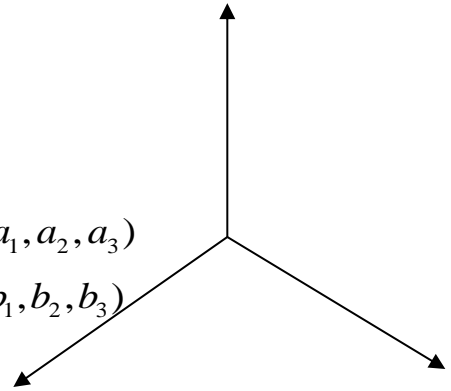
$$(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

Гэж тэмдэглэнэ.

Z

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$$

$$\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$



X

Y

\vec{a} \vec{b} векторын скаляр үржвэр гэдэг нь

$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3) = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

Шинэ мэдлэг	<p>Теором:</p> <p>\vec{a} \vec{b} векторууд нь 0-ээс ялгаатай бөгөөд тэдгээрийн хоорондох өнцөг α бол</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cos \alpha$ <p>Байна.</p> $\vec{a} \perp \vec{b} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$	<p>\vec{a} \vec{b} векторын скаляр үржвэр гэдэг нь</p> $(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ $(\vec{a} \cdot \vec{b})$ <p>$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$</p> $\vec{b} = \lambda \vec{a}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \lambda \vec{a} = \lambda \vec{a} ^2$ <p style="text-align: right;">Хэрэв</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b} \cos \alpha = \vec{a} \cdot \lambda \vec{a} \cos 0^\circ = \vec{a} \cdot \vec{b}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cos \alpha$ $\vec{a} \perp \vec{b} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$	
Бататгал - 18мин	<p>$\vec{a} = (1, 1, 2)$ $\vec{b} = (-1, 3, 2)$</p> $(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3) =$ $(1 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2) = 6$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ <p>$\vec{a} = (1, 2, 3)$</p> <p>$\vec{b} = (5, -3, 4)$</p> $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (1 \cdot 5 + 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 4) = 11$ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = 11$ <p>Сурагчид сурах бичгийн хуудас №45-48</p> <p>Нөийг ангид бодох</p>	<p>Жишээ бодлого:</p> <p>$\vec{a} = (1, 2, 3)$</p> <p>$\vec{b} = (5, -3, 4)$</p> $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (1 \cdot 5 + 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 4) = 11$ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = 11$ <p>$\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$</p> <p>$\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$</p> <p>$\vec{a} = (3, -1, -4)$</p> <p>$\vec{b} = (-2, 2, 1)$</p> $(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3) =$ $(3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 2 + (-4) \cdot 1) =$ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = -12$	Бодлогууд багшийн бодлогын дэвтэрт бодогдсон байна.
Дүгнэлт - 1мин	<p>Гэрийн даалгавар өгнө.</p> <p>Хичээлд идэвхтэй оролцсон сурагчдыг стандарт бусаар үнэлж дүгнэнэ.</p>		<p>Хичээлээ бататгаж ирэх</p> <p>Гэрийн даалгавараа бичиж тэмдэглэж авах</p>

Векторын скаляр үржвэр

Тодорхойлолт: \vec{a} ба \vec{b} вектор, тэдгээрийн хоорондох θ өнцөг өгөгдсөн байг. Тэгвэл $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\theta$ тоог \vec{a} ба \vec{b} векторын скаляр үржвэр гээд $\vec{a} \cdot \vec{b}$ гэж тэмдэглэдэг.

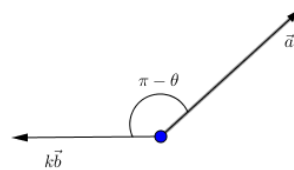
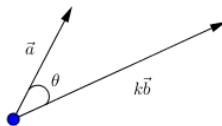
Векторын скаляр үржвэрийн хувьд дараах чанарууд биелэнэ.

$$1. \quad k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b}$$

k эерэг, сөрөг тохиолдолд баталгааг хийе.

Хэрэв $k > 0$, $k\vec{a}$ ба \vec{b} хоорондох өнцөг θ бол

$$\begin{aligned} (k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} &= |k \cdot \vec{a}| |\vec{b}| \cos\theta = |k| |\vec{a}| |\vec{b}| \cos\theta \\ &= |k| (|\vec{a}| |\vec{b}|) \cos\theta \\ &= k(\vec{a} \cdot \vec{b}) \end{aligned}$$



Хэрэв $k < 0$, $k\vec{a}$ ба \vec{b} хоорондох өнцөг $\pi - \theta$ бол

$$(k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = |k \cdot \vec{a}| |\vec{b}| \cos(\pi - \theta) = |k| |\vec{a}| |\vec{b}| (-\cos\theta) = -|k| (|\vec{a}| |\vec{b}|) \cos\theta = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) \text{ байна.}$$

Мөрдлөгө

а. $(\vec{a} \cdot \vec{a}) = |\vec{a}|^2$ ($\vec{a} \cdot \vec{a}$ заримдаа \vec{a}^2 гэж тэмдэглэдэг)

б. Хэрэв \vec{a} эсвэл \vec{b} нь тэгээс ялгаатай бол

$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = 0$ бол \vec{a} ба \vec{b} векторууд перпендикуляр байна.

$$2. \quad ((\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) + (\vec{b} \cdot \vec{c})$$

Дээрх чанаруудаас $i^2 = j^2 = k^2 = 1$ ба $jk = ki = ij = 0$ болно.

$\vec{a} = x_1i + y_1j + z_1k$, $\vec{b} = x_2i + y_2j + z_2k$ векторууд өгөгдсөн байг. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ үржвэр нь

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (x_1i + y_1j + z_1k)(x_2i + y_2j + z_2k) = x_1x_2i^2 + x_1y_2 \cdot ij + x_1z_2ki + y_1x_2ij + \\ & y_1y_2j^2 + y_1z_2kj + z_1x_2ki + z_1y_2kj + z_1z_2k^2 = x_1x_2 \cdot 1 + x_1y_2 \cdot 0 + x_1z_2 \cdot 0 + y_1x_2 \cdot 0 + y_1y_2 \cdot 1 + y_1z_2 \cdot \\ & 0 + z_1x_2 \cdot 0 + z_1y_2 \cdot 0 + z_1z_2 \cdot 1 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \text{ болно.} \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = (x_1i + y_1j + z_1k)(x_2i + y_2j + z_2k) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

Жишээ 7:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ бол эдгээр векторууд хоорондоо перпендикуляр болохыг батал.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-4) = 12 - 12 = 0 \text{ болж } \vec{a} \text{ ба } \vec{d} \text{ векторууд перпендикуляр}$$

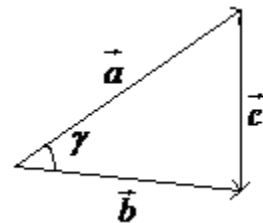
Хоёр векторын хоорондох өнцгийг олохдоо скаляр үржвэр ашиглах, векторын перпендикуляр чанартай холбоотой бодлогыг скаляр үржвэр ашиглан бодох

Векторууд $\vec{a} = x_1i + y_1j + z_1k$ ба $\vec{b} = x_2i + y_2j + z_2k$ координатуудтай байг.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \gamma$$

гэдгээс

$$\cos \gamma = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$



болно.

Хоёр вектор перпендикуляр байх гэдэг нь хоорондох өнцгийн хэмжээ 90° гэдгийг ярилцах. $\cos 90^\circ$ утгыг асууж ярилцах. Эндээс хоёр вектор перпендикуляр байх нөхцөл нь $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$ болохыг ойлгох хэрэглэх.

Жишээ 6: $A(2, -1, 4), B(-1, 6, 2), C(3, -2, 5)$ цэгүүд өгөгдөв. \vec{AB}, \vec{AC} векторуудын хоорондох өнцгийн косинусыг ол.

$$\vec{AB} = (-1 - 2, 6 - (-1), 2 - 4) = (-3, 7, -2)$$

$$\vec{AC} = (3 - 2, -2 - (-1), 5 - 4) = (1, -1, 1)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 7^2 + (-2)^2} = \sqrt{62}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\cos \gamma = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-3 \cdot 1 + 7 \cdot (-1) + (-2) \cdot 1}{\sqrt{62} \cdot \sqrt{3}} = \frac{-12}{\sqrt{186}}$$

Дасгал №1-58